

Metodi Matematici della Fisica

Prof. Stefano Pierini

Funzioni analitiche di variabile complessa

Numeri complessi

Funzioni di variabile complessa

Funzioni analitiche, relazioni di Cauchy-Riemann

Ricostruzione di una funzione analitica dalla conoscenza della sua parte reale o
immaginaria

Funzioni analitiche elementari

Integrazione sul piano complesso

Integrale di una funzione di variabile complessa

Teoremi di Cauchy e di Morera

Rappresentazione integrale di Cauchy

Teorema di Liouville

Sviluppo in serie di Taylor

Continuazione analitica

Punti di singolarità isolate

Sviluppo in serie di Laurent

Teorema dei residui

Lemma di Jordan

Esempi di calcolo di integrali col metodo dei residui

Integrali impropri, valore principale alla Cauchy

Integrali di funzioni poldrome, superfici di Riemann

Equazioni differenziali lineari

Equazione dell'oscillatore armonico

Teoria delle equazioni differenziali lineari omogenee a coefficienti costanti

Equazioni omogenee del second'ordine

Equazioni non omogenee del second'ordine

Forzante sinusoidale, risonanza

Forzante transiente

Cenni di teoria delle equazioni differenziali lineari

Teoria delle piccole oscillazioni

Richiami di formalismo Lagrangiano e Hamiltoniano
Sistema di equazioni di Lagrange
Moto intorno ad una posizione di equilibrio, linearizzazione
Oscillazioni disaccoppiate
Oscillazioni accoppiate
Modi normali di oscillazione

Spazi vettoriali di dimensione finita

Definizioni e proprietà di base
Spazi Euclidei
Operazione di coniugazione hermitiana
Matrici hermitiane e unitarie
Richiami di teoria dei sistemi di equazioni lineari
Autovalori e autovettori di una matrice
Trasformazioni canoniche e unitarie
Diagonalizzazione di una matrice
Trasformazione unitaria che diagonalizza una matrice hermitiana
Notazione di Dirac, matrici di proiezione
Matrici simultaneamente diagonalizzabili
Matrici di Pauli
Forme hermitiane
Significato geometrico di una trasformazione unitaria
Principio di Ritz
Operatori di creazione e distruzione fermionici e bosonici
Operatori del momento angolare

Funzioni di matrici

Funzione di matrice in termini di sviluppo in serie di potenze
Calcolo della funzione di una matrice diagonalizzabile
Matrici non diagonalizzabili, riduzione a forma canonica di Jordan
Autovettori generalizzati, matrice modale
Esponenziale di matrice
Applicazione alla risoluzione di sistemi di equazioni differenziali lineari

Spazi funzionali

Definizioni e proprietà di base
Operatori differenziali lineari in uno spazio funzionale
Autovalori e autofunzioni di operatori differenziali lineari
Autovalori e autofunzioni dell'Hamiltoniana dell'oscillatore armonico
Spazi di Hilbert, disuguaglianza di Bessel
Completezza di un sistema ortonormale di elementi di uno spazio funzionale
Convergenza, sviluppabilità
Rappresentazione di elementi e operatori di uno spazio funzionale mediante il formalismo delle matrici

Problemi di Sturm-Liouville

Definizioni e proprietà di base

Problemi di Sturm-Liouville singolari
Polinomi di Legendre, di Hermite e di Laguerre
Connessione tra problemi di Sturm-Liouville e equazione agli autovalori per un operatore hermitiano

Aspetti matematici della meccanica quantistica

I postulati della meccanica quantistica
Valore medio di un'osservabile
Principio di indeterminazione di Heisenberg
Equazione di Schrödinger stazionaria
Spettro discreto e continuo
Principio di Ritz per la determinazione dello stato fondamentale

Serie di Fourier

Il problema di Sturm-Liouville per le serie di Fourier
Sviluppo in serie di Fourier
Formula di Parseval
Rappresentazione esponenziale della serie di Fourier
Proprietà di convergenza delle serie di Fourier
Teorema di Féjer
Il fenomeno di Gibbs
Teorema di Riemann-Lebesgue
Rappresentazione di Dirichlet per le somme parziali di Fourier
La funzione delta di Dirac e alcune sue rappresentazioni
Relazione di completezza in termini della delta di Dirac
Serie di Fourier in un intervallo arbitrario

Trasformata di Fourier

Rappresentazione integrale di Fourier
Proprietà di convergenza
Rappresentazione integrale della delta di Dirac
Problema di Sturm-Liouville corrispondente alla rappresentazione integrale di Fourier
Proprietà di traslazione, differenziazione e integrazione
Prodotto di convoluzione
Risoluzione di equazioni differenziali lineari mediante la trasformata di Fourier
Cenni di teoria delle distribuzioni
Funzione theta di Heaviside e sua relazione con la delta

Funzioni di Green

Funzione di Green di un operatore differenziale lineare
Funzioni di Green di operatori differenziali lineari del 1° e 2° ordine
Funzioni di Green avanzate e ritardate
Funzioni di Green per problemi di Sturm-Liouville non omogenei

Testi consigliati

- F. Calogero, 1973: *Metodi Matematici della Fisica*. Dispense del Dipartimento di Fisica, Università "La Sapienza" di Roma.

- C. Bernardini, O. Ragnisco e P.M. Santini, 1993: *Metodi Matematici della Fisica*. La Nuova Italia Scientifica (Roma).
- A.G. Sveshnikov e A.N. Tikhonov, 1978: *The theory of functions of a complex variable*. M.I.R. (Mosca).
- F.W. Byron Jr. e R.W. Fuller, 1970: *Mathematics of classical and quantum physics*. Dover.